ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Resolve

ITA 2009
FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

QUESTÃO 01

Sabe-se que o momento angular de uma massa pontual é dado pelo produto vetorial do vetor posição dessa massa pelo seu momento linear. Então, em termos das dimensões de comprimento (L), de massa (M), e de tempo (T), um momento angular qualquer tem sua dimensão dada por

a) L^0MT^{-1} b) LM^0T^{-1} c) LMT^{-1}
d) L^2MT^{-1} e) L^2MT^{-2}

Resolução **Alternativa D**

O momento angular $\vec{L}$ é dado pelo produto vetorial do vetor posição $\vec{r}$ pelo vetor momento linear (quantidade de movimento $\vec{Q}$):

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{Q}$$

Assim, seu módulo é dado por: $\vec{L} = |\vec{r}| \cdot |\vec{Q}| \cdot \text{sen}\,\theta$, onde θ é o ângulo entre os vetores $\vec{r}$ e $\vec{Q}$. Sendo $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$, onde m é a massa e $\vec{v}$ a velocidade vetorial da partícula, temos:

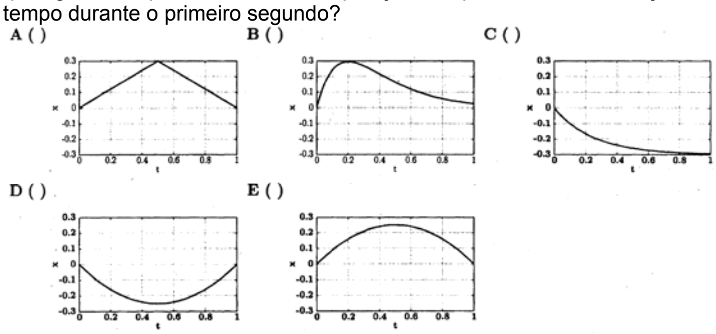
$$|\vec{L}| = m \cdot |\vec{r}| \cdot |\vec{v}| \cdot \text{sen}\,\theta$$

Como a dimensão da massa é igual a M, a dimensão do vetor posição é igual a L (comprimento), e a dimensão do vetor velocidade é igual a $L \cdot T^{-1}$ (comprimento por tempo), vem que:

$$\left[\vec{L}\right] = M \cdot L \cdot (L \cdot T^{-1}) \Rightarrow \boxed{\left[\vec{L}\right] = L^2 \cdot M \cdot T^{-1}}$$

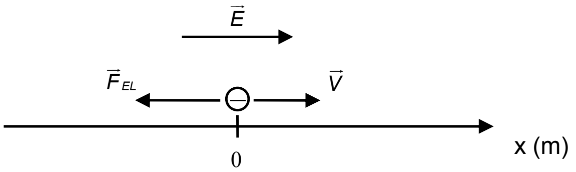
QUESTÃO 02

Uma partícula carregada negativamente está se movendo na direção $+x$ quando entra em um campo elétrico uniforme atuando nessa mesma direção e sentido. Considerando que sua posição em t = 0 s é x = 0 m, qual gráfico representa melhor a posição da partícula como função do tempo durante o primeiro segundo?



Resolução **Alternativa E**

A situação está esquematizada na figura a seguir:



Como a carga é negativa, a força elétrica tem mesma direção, porém sentido oposto ao do campo elétrico. Supondo que não haja nenhuma outra força atuando na direção x, a força elétrica será a força resultante nessa direção.

$$\vec{F}_{RES} = \vec{F}_{EL} \Rightarrow m \cdot \vec{a} = q \cdot \vec{E} \Rightarrow |\vec{a}| = \frac{|q| \cdot |\vec{E}|}{m}$$

Como a aceleração é constante, a partícula executará um movimento retilíneo uniformemente retardado na direção x, com aceleração escalar $\gamma = -|\vec{a}|$, e sua posição em função do tempo é dada por:

$$x(t) = x_0 + v_0.t + \frac{\gamma \cdot t^2}{2} \Rightarrow x(t) = 0 + v_0 \cdot t + \left(-\frac{|q| \cdot |\vec{E}|}{m}\right) \cdot \frac{t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{x(t) = v_0 \cdot t - \frac{|q| \cdot |\vec{E}|}{2 \cdot m} \cdot t^2}$$

Assim, o gráfico da posição x em função do tempo t é **uma parábola com a concavidade para baixo**.

QUESTÃO 03

Um barco leva 10 horas para subir e 4 horas para descer um mesmo trecho do rio Amazonas, mantendo constante o módulo de sua velocidade em relação à água. Quanto tempo o barco leva para descer esse trecho com os motores desligados?

a) 14 horas e 30 minutos b) 13 horas e 20 minutos
c) 7 horas e 20 minutos d) 10 horas
e) Não é possível resolver porque não foi dada a distância percorrida pelo barco.

Resolução **Alternativa B**

Vamos denotar por $v_{B/A}$ a velocidade do barco em relação à água, por $v_{A/T}$ a velocidade da água em relação à Terra (velocidade da correnteza), e por $v_{B/T}$ a velocidade do barco em relação à Terra.

Quando o barco está com os motores desligados, ele desce o rio apenas devido à velocidade da correnteza. Sendo L o comprimento desse trecho do rio, e Δt o intervalo de tempo em questão, temos: $v_{A/T} = \frac{L}{\Delta t}$

Na subida do barco, contra a correnteza, temos:

$$\vec{v}_{B/T} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/T} \Rightarrow v_{B/T} = v_{B/A} - v_{A/T} \Rightarrow \frac{L}{10} = v_{B/A} - \frac{L}{\Delta t} \quad \text{(I)}$$

Na descida do barco, a favor da correnteza, temos:

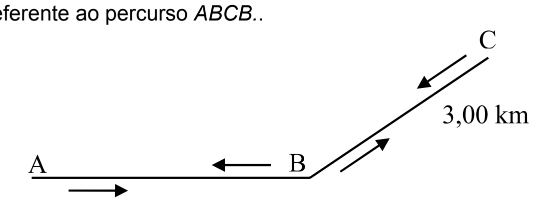
$$\vec{v}'_{B/T} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/T} \Rightarrow v'_{B/T} = v_{B/A} + v_{A/T} \Rightarrow \frac{L}{4} = v_{B/A} + \frac{L}{\Delta t} \quad \text{(II)}$$

Fazendo (II) – (I), vem que:

$$\frac{L}{4} - \frac{L}{10} = 2\frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{40}{3}\ \text{h} = \left(13 + \frac{1}{3}\right)\ \text{h} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 13\ \text{h}\ 20\ \text{min}}$$

QUESTÃO 04

Na figura, um ciclista percorre o trecho AB com velocidade escalar média de 22,5 km/h e, em seguida, o trecho BC de 3,00 km de extensão. No retorno, ao passar em B, verifica ser de 20,0 km/h sua velocidade escalar média no percurso então percorrido, $ABCB$. Finalmente, ele chega em A perfazendo todo o percurso de ida e volta em 1,00 h, com velocidade escalar média de 24,0 km/h. Assinale o módulo v do vetor velocidade média referente ao percurso $ABCB$..



a) v = 12,0 km/h b) v = 12,00 km/h c) v = 20,0 km/h
d) v = 20,00 km/h e) v = 36,0 km/h

Resolução **Sem Resposta**

O enunciado da questão contém uma imprecisão que inviabiliza sua solução. Ele diz que a velocidade escalar média no percurso todo de ida e volta é 24,0 km/h. Na realidade, a definição de velocidade escalar média é o quociente entre o **deslocamento escalar** e o intervalo de tempo correspondente. Nesse caso, como o ciclista executa o trajeto ABCBA, sendo C um ponto de retorno, o deslocamento escalar é nulo e, portanto, a velocidade escalar média nesse trajeto seria nula.

Imaginando que as velocidades escalares médias a que se refere o enunciado seriam na verdade os quocientes entre as **distâncias percorridas** e o intervalo de tempo correspondente, podemos resolver o exercício como a seguir:

Seja x o comprimento do trecho AB. Então, no trajeto total, teríamos:

$$24{,}0 = \frac{2 \cdot (x + 3{,}00)}{1{,}00} \Rightarrow x = 9{,}00\ \text{km}$$

O trecho ABCB foi percorrido durante o intervalo de tempo:

$$20{,}0 = \frac{(9{,}00 + 2 \cdot 3{,}00)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0{,}750\ \text{h}$$

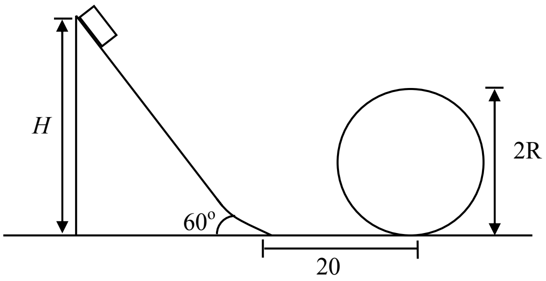
A velocidade vetorial média, nesse caso, seria dada por:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{9{,}00}{0{,}750} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 12{,}0\ \text{km/h}$$

Observe que como todas as informações do enunciado foram apresentadas com três algarismos significativos, a resposta também deverá conter três algarismos significativos. Nesse caso, a alternativa A seria a alternativa correta.

QUESTÃO 05

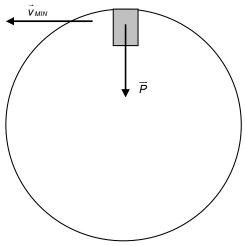
A partir do repouso, um carrinho de montanha-russa desliza de uma altura H = $20\sqrt{3}$ m sobre uma rampa de 60° de inclinação e corre 20 m num trecho horizontal antes de chegar em um *loop* circular, de pista sem atrito. Sabendo que o coeficiente de atrito da rampa e do plano horizontal é 1/2, assinale o valor do raio máximo que pode ter esse *loop* para que o carrinho faça todo o percurso sem perder o contato com a sua pista.



a) R = $8\sqrt{3}$ m
b) R = $4(\sqrt{3}-1)$ m
c) R = $8(\sqrt{3}-1)$ m
d) R = $4(2\sqrt{3}-1)$ m
e) R = $40(\sqrt{3}-1)/3$ m

Resolução **Alternativa C**

Para determinar o maior raio que o *loop* pode ter, para que o carrinho não perca o contato com a pista, devemos determinar a velocidade mínima no ponto de altura máxima, pois este é o ponto onde há maior tendência de o carrinho perder contato com o *loop*:

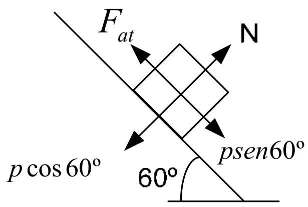


$$P = F_{cp}$$
$$mg = m\frac{v^2_{\min}}{R}$$
$$v^2_{\min} = Rg$$

Observando que no *loop* não há dissipação de energia, uma vez que não há atrito, e considerando o teorema da Energia Mecânica do início do movimento até o ponto mais alto do loop.

$$E_{M\,final} = E_{M\,inicial} - E_{dissipada} \Rightarrow mg2R + m\frac{v^2_{\min}}{2} = mgH + \tau_{Fat} \Rightarrow$$
$$mg2R + m\frac{Rg}{2} = mgH + \tau_{Fat} \Rightarrow \frac{5}{2}mgR = mgH + \tau_{Fat} \qquad (I)$$

Nesse ponto devemos notar que o trabalho da força de atrito deve ser calculado separadamente na rampa e no plano horizontal.



No trecho inclinado:

$$\begin{cases} N = mg\cos 60^o \\ F_{at} = \mu N \end{cases} \Rightarrow F_{at} = \mu mg\cos 60^o$$

No trecho horizontal:

$$\begin{cases} N = mg \\ F_{at} = \mu N \end{cases} \Rightarrow F_{at} = \mu mg$$

Trabalho da força de atrito:

$$\tau_{Fat} = \tau_{Fat_{rampa}} + \tau_{Fat_{Plano}}$$
$$\tau_{Fat} = F_{at\,rampa} \cdot d_{rampa} \cdot \cos 180^0 + F_{at\,Plano} \cdot d_{Plano} \cdot \cos 180^0$$
$$\tau_{Fat} = -\mu \cdot mg \cdot \cos 60^0 \cdot d_{rampa} - \mu \cdot mg \cdot d_{Plano}$$
$$\tau_{Fat} = -\mu \cdot mg\left(\cos 60^0 \cdot d_{rampa} + d_{Plano}\right)$$

Onde d_{rampa} e d_{plano} são as distâncias percorridas na rampa e no plano, respectivamente. Do texto temos que d_{plano} = 20 m e da figura temos que:

$$d_{plano} = \frac{H}{sen60^0} = \frac{20\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 40m$$

Assim:

$$\tau_{Fat} = -\mu \cdot mg\left(\cos 60^0 \cdot d_{rampa} + d_{Plano}\right)$$
$$\tau_{Fat} = -0{,}5 \cdot m \cdot g\left(0{,}5 \cdot 40 + 20\right) \Rightarrow \tau_{Fat} = -20 \cdot m \cdot g$$

Voltando à equação (I), temos:

$$\frac{5}{2}\cancel{mg}R = \cancel{mg}H - 20\cancel{mg} \Rightarrow \frac{5}{2}R = H - 20 \Rightarrow$$
$$\frac{5}{2}R = 20\sqrt{3} - 20 = 20\cdot(\sqrt{3}-1) \Rightarrow \boxed{R = 8\cdot(\sqrt{3}-1)\,m}$$

QUESTÃO 06

Desde os idos de 1930, observações astronômicas indicam a existência da chamada matéria escura. Tal matéria não emite luz, mas a sua presença é inferida pela influência gravitacional que ela exerce sobre o movimento de estrelas no interior de galáxias. Suponha que, numa galáxia, possa ser removida sua matéria escura de massa específica $\rho > 0$, que se encontra uniformemente distribuída. Suponha também que no centro dessa galáxia haja um buraco negro de massa *M*, em volta do qual uma estrela de massa *m* descreve uma órbita circular. Considerando órbitas de mesmo raio na presença e na ausência de matéria escura, a respeito da força gravitacional resultante $\vec{F}$ exercida sobre a estrela e seu efeito sobre o movimento desta, pode-se afirmar que

a) $\vec{F}$ é atrativa e a velocidade orbital de *m* não se altera na presença da matéria escura.

b) $\vec{F}$ é atrativa e a velocidade orbital de *m* é menor na presença da matéria escura.

c) $\vec{F}$ é atrativa e a velocidade orbital de *m* é maior na presença da matéria escura.

d) $\vec{F}$ é repulsiva e a velocidade orbital de *m* é maior na presença da matéria escura.

e) $\vec{F}$ é repulsiva e a velocidade orbital de *m* é menor na presença da matéria escura.

Resolução **Alternativa C**

Pela simetria da situação, e de acordo com a Lei de Gauss para a gravitação, podemos associar a força de atração gravitacional apenas à massa interna de uma esfera que contenha a órbita da estrela, massa que pode ser concentrada no centro desta esfera:

Temos duas situações para a determinação da força, que é atrativa (resultante centrípeta sobre a estrela):

1) Ausência da massa escura:

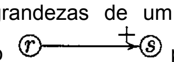
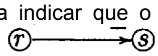
$$F_{ausência} = \frac{G \cdot M_{int} \cdot m}{R} = \frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$

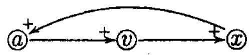
2) Presença da massa escura:

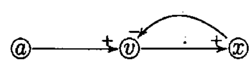
$$F_{presença} = \frac{G\cdot(M+\rho\cdot V)\cdot m}{R} = \frac{G\cdot\left(M+\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\right)\cdot m}{R}$$

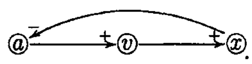
Portanto, na presença de matéria escura, a força de atração será maior. Como nas duas situações temos o mesmo raio, uma maior resultante centrípeta (acontecendo na presença da matéria escura) implica em uma maior velocidade orbital ($F_{centrípeta} = m\cdot\frac{v^2}{R}$).

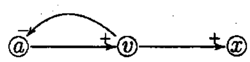
QUESTÃO 07

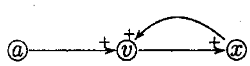
Diagramas causais servem para representar relações qualitativas de causa e efeito entre duas grandezas de um sistema. Na sua construção, utilizamos figuras como  para indicar que o aumento da grandeza *r* implica aumento da grandeza *s* e  para indicar que o aumento da grandeza *r* implica diminuição da grandeza *s*. Sendo a a aceleração, *v* a velocidade e x a posição, qual dos diagramas abaixo melhor representa o modelamento do oscilador harmônico?

a) 

d) 

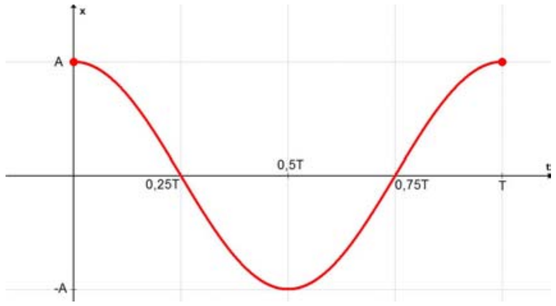
b) 

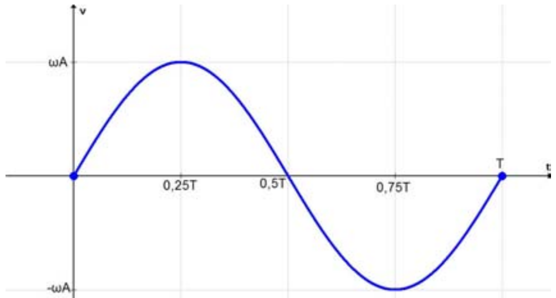
e) 

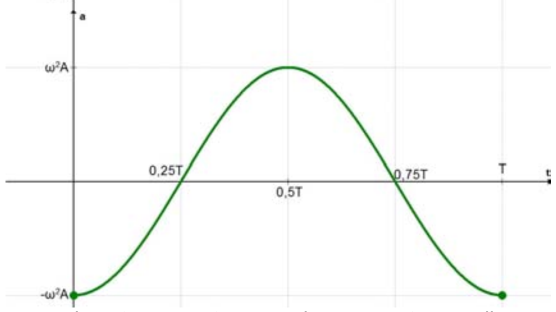
c) 

Resolução **Sem Resposta**

A análise de um ciclo completo do movimento harmônico revela o seguinte comportamento:

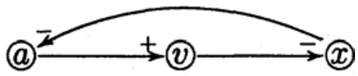




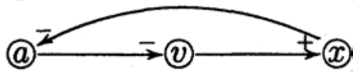


Dividindo o movimento em 4 etapas podemos montar um diagrama causal para cada uma delas, não existindo um diagrama único que represente todo o movimento:

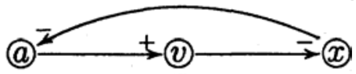
1) $0 \le t \le \frac{T}{4}$:



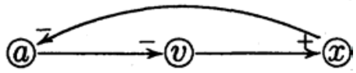
2) $\frac{T}{4} \le t \le \frac{T}{2}$:



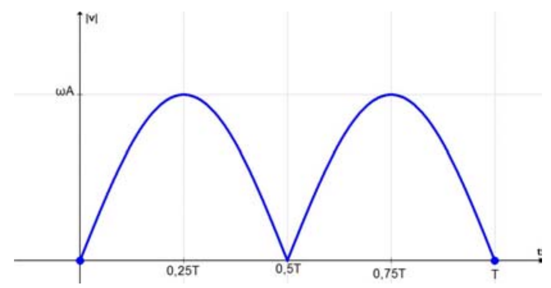
3) $\frac{T}{2} \le t \le \frac{3T}{4}$:

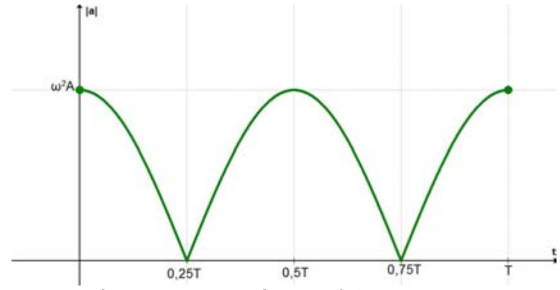


4) $\frac{3T}{4} \le t \le T$:

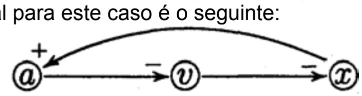


Já caso considerássemos as grandezas em módulo, teremos:





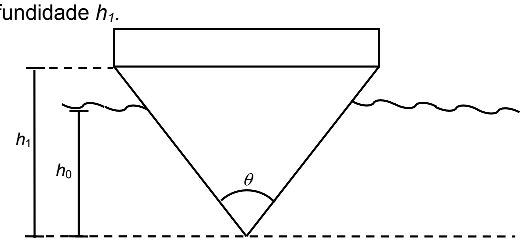
O diagrama causal para este caso é o seguinte:



O que não é compatível com nenhuma das alternativas apresentadas.

QUESTÃO 08

Uma balsa tem o formato de um prisma reto de comprimento *L* e secção transversal como vista na figura. Quando sem carga, ela submerge parcialmente até uma profundidade h_0. Sendo ρ a massa específica da água e *g* a aceleração da gravidade, e supondo seja mantido o equilíbrio hidrostático, assinale a carga *P* que a balsa suporta quando submersa a uma profundidade h_1.



a) $P = \rho g L(h_1^2 - h_0^2)\text{sen}\,\theta$ b) $P = \rho g L(h_1^2 - h_0^2)\tan\theta$

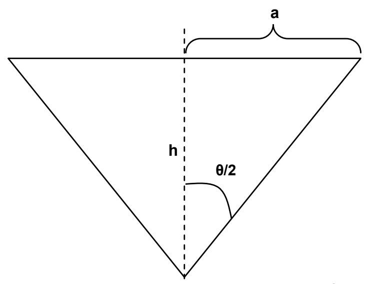
c) $P = \rho g L(h_1^2 - h_0^2)\text{sen}\,\theta/2$ d) $P = \rho g L(h_1^2 - h_0^2)\tan\theta/2$

e) $P = \rho g L(h_1^2 - h_0^2)2\tan\theta/2$

Resolução **Alternativa D**

O volume submerso da balsa é dado pelo produto da área da sua secção transversal e seu comprimento (L).

Podemos relacionar a área da sua secção transversal com o valor de h de acordo com o seguinte esquema:



$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{a}{h} \Rightarrow a = h \cdot \tan\frac{\theta}{2}$$

A área da secção transversal, em função de h fica:

$$A = \frac{2a \cdot h}{2} = h^2 \tan\frac{\theta}{2}$$

Assim o volume submerso em função de h é:

$$V = A \cdot L = h^2 L \tan\frac{\theta}{2}$$

O equilíbrio da balsa se dá quando o módulo de peso total for igual ao módulo da força de empuxo.

Temos as seguintes situações:

Sem carga (volume submerso é $V_0 = h_0^{\,2} L \tan\frac{\theta}{2}$):

$$P_{Balsa} = E \Rightarrow P_{Balsa} = \rho \cdot g \cdot V_{SUB} \Rightarrow P_{Balsa} = \rho \cdot g \cdot h_o^{\,2} \cdot L \cdot \tan\frac{\theta}{2}$$

Com carga de peso P (volume submerso é $V_1 = A \cdot L = h_1^2 L \tan\frac{\theta}{2}$):

$$P + P_{Balsa} = E \Rightarrow P = E - P_{Balsa} \Rightarrow P = \rho \cdot g \cdot V_{SUB} - \rho g L h_0^{\,2} \tan\frac{\theta}{2} \Rightarrow$$

$$P = \rho g L h_1^{\,2} \tan\frac{\theta}{2} - \rho g L h_0^{\,2} \tan\frac{\theta}{2} \Rightarrow \boxed{P = \rho g L\left(h_1^{\,2} - h_o^{\,2}\right)\tan\frac{\theta}{2}}$$

QUESTÃO 09

Considere hipoteticamente duas bolas lançadas de um mesmo lugar ao mesmo tempo: a bola 1, com velocidade para cima de 30 m/s, e a bola 2, com velocidade de 50 m/s formando um ângulo de 30° com a horizontal. Considerando g = 10 m/s^2, assinale a distância entre as bolas no instante em que a primeira alcança sua máxima altura.

a) $d=\sqrt{6250}$ m b) $d=\sqrt{7217}$ m c) $d=\sqrt{17100}$ m
d) $d=\sqrt{19375}$ m e) $d=\sqrt{26875}$ m

Resolução **Alternativa C**

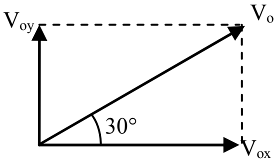
A primeira bola, lançada para cima e sujeita exclusivamente à aceleração da gravidade, atinge sua altura máxima quando sua velocidade se anula. Considerando a orientação positiva da trajetória para cima, podemos equacionar:

$$v=v_0+\gamma\cdot t\Rightarrow 0=30-10\cdot t\Rightarrow t=3,0\text{ s}$$

Nesse caso, a altura máxima atingida pela primeira bola é dada por:

$$v^2={v_0}^2+2\cdot\gamma\cdot h_1\Rightarrow 0^2=30^2+2\cdot(-10)\cdot h_1\Rightarrow h_1=45\text{ m}$$

Para a segunda bola, lançada com ângulo de 30° em relação à horizontal, vamos inicialmente decompor sua velocidade nas componentes *x* e *y*:



Temos que:

$$\begin{cases} v_{ox}=v_o\cdot\cos 30°=25\sqrt{3}\text{ m/s}\\ v_{oy}=v_0\cdot\text{sen }30°=25\text{ m/s}\end{cases}$$

Na direção vertical, tem-se um movimento uniformemente variado:

$$\Delta y=v_{oy}\cdot t+\frac{\gamma\cdot t^2}{2}=25\cdot 3,0+\frac{(-10)\cdot 3,0^2}{2}=30\text{ m}$$

Na direção horizontal, tem-se um movimento uniforme:

$$v_{ox}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow 25\sqrt{3}=\frac{\Delta x}{3,0}\Rightarrow\Delta x=75\sqrt{3}\text{ m}$$

Assim, as bolas 1 e 2 estão separadas horizontalmente por $75\sqrt{3}$ m e verticalmente por (45 – 30) = 15 m. Portanto, a distância entre elas é dada por:

$$d^2=(75\sqrt{3})^2+15^2\Rightarrow\boxed{d=\sqrt{17100}\text{ m}}$$

QUESTÃO 10

Considere uma bola de basquete de 600 g a 5 m de altura e, logo acima dela, uma de tênis de 60 g. A seguir, num dado instante, ambas as bolas são deixadas cair. Supondo choques perfeitamente elásticos e ausência de eventuais resistências, e considerando g = 10 m/s^2, assinale o valor que mais se aproxima de altura máxima alcançada pela bola de tênis em sua ascensão após o choque.

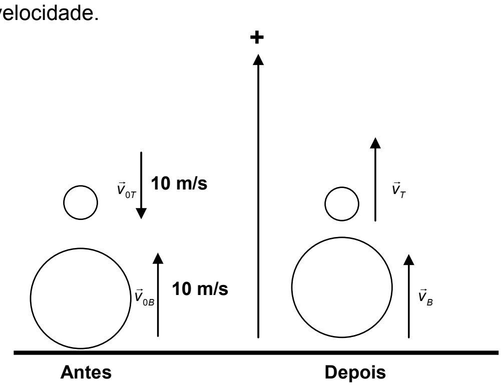
a) 5 m b) 10 m c) 15 m d) 25 m e) 35 m

Resolução **Alternativa E**

As duas bolas chegam ao solo com a mesma velocidade. Além disso, durante a queda, toda a energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética:

$$E_{PG\ inicial}=E_{CIN\ final}\Rightarrow(M+m)\cdot g\cdot h=\frac{(M+m)\cdot v^2}{2}\Rightarrow$$
$$v=\sqrt{2\cdot g\cdot h}\Rightarrow v=\sqrt{2\cdot 10\cdot 5}\Rightarrow v=10m/s$$

Na colisão com o solo, instantaneamente, a bola de basquete retorna com velocidade de 10 m/s colidindo com a bola de tênis que tem sentido oposto e mesma velocidade.



Na colisão é conservada a quantidade de movimento

$$\vec{Q}_{inicial}=\vec{Q}_{final}\Rightarrow m_T\cdot\vec{v}_{0T}+m_B\cdot\vec{v}_{0B}=m_T\cdot\vec{v}_T+m_B\cdot\vec{v}_B\Rightarrow$$
$$60\cdot(-10)+600\cdot 10=60\cdot v_T+600\cdot v_B\Rightarrow$$
$$5400=60\cdot v_T+600\cdot v_B\Rightarrow 90=v_T+10\cdot v_B$$

Como a colisão é elástica, o coeficiente de restituição vale 1, assim:

$$e=\frac{v_{rel\ depois}}{v_{rel\ antes}}\Rightarrow 1=\frac{v_T-v_B}{20}\Rightarrow v_T-20=v_B\text{, logo:}$$

$$90=v_T+10\cdot(v_T-20)\Rightarrow v_T=\frac{290}{11}$$

Assim, o módulo da velocidade da bola de tênis logo após sua colisão com a bola de basquete é v_T = 26,4 m/s.
Na subida da bola de tênis até sua altura máxima, toda sua energia cinética será convertida em energia potencial gravitacional assim:

$$mgh_{max}=m\frac{{v^2}_T}{2}\Rightarrow h_{max}=\frac{{v^2}_T}{2g}=\frac{(26,4)^2}{20}\Rightarrow\boxed{h_{max}\cong 35m}$$

QUESTÃO 11

Um espelho esférico convexo reflete uma imagem equivalente a ¾ da altura de um objeto dele situado a uma distância p_1. Então, para que essa imagem seja refletida com apenas 1/4 da sua altura, o objeto deverá se situar a uma distância p_2 do espelho, dada por

a) $p_2 = 9\ p_1$ b) $p_2 = 9\ p_1/4$ c) $p_2 = 9\ p_1/7$
d) $p_2 = 15\ p_1/7$ e) $p_2 = -15\ p_1/7$

Resolução **Alternativa A**

Para a situação em que o Aumento linear vale 3/4.

$$A=-\frac{p'}{p}\Rightarrow\frac{3}{4}=-\frac{p'_1}{p_1}\Rightarrow p'_1=-\frac{3}{4}p_1$$

Da lei de Gauss:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{1}{p_1}-\frac{4}{3p_1}=\frac{-1}{3p_1}$$

Para a situação em que o Aumento linear vale 1/4.

$$A=-\frac{p'}{p}\Rightarrow\frac{1}{4}=-\frac{p'_2}{p_2}\Rightarrow p'_2=-\frac{1}{4}p_2$$

Da lei de Gauss:

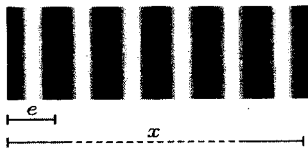
$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}-\frac{4}{p_2}=\frac{-3}{p_2}$$

Como a distância focal do espelho permanece a mesma em ambas as situações, podemos igualar os resultados acima:

$$\frac{-1}{3p_1}=\frac{-3}{p_2}\Rightarrow\boxed{p_2=9p_1}$$

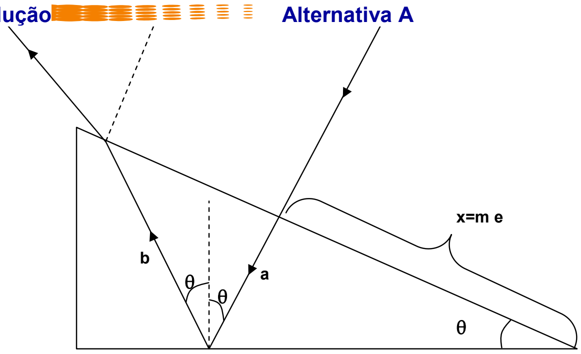
QUESTÃO 12

Uma lamina de vidro com índice de refração *n* em forma de cunha é iluminada perpendicularmente por uma luz monocromática de comprimento de onda λ. Os raios refletidos pela superfície superior e pela inferior apresentam uma série de franjas escuras com espaçamento *e* entre elas, sendo que a *m*-ésima encontra-se a uma distância x do vértice. Assinale o ângulo θ, em radianos, que as superfícies da cunha formam entre si.



a) $\theta=\lambda/2ne$ b) $\theta=\lambda/4ne$
c) $\theta=(m+1)\lambda/2nme$ d) $\theta=(2m+1)\lambda/4nme$
e) $\theta=(2m-1)\lambda/4nme$

Resolução **Alternativa A**



Supondo o meio menos refringente que o vidro, temos que raio refletido pela superfície superior inverte sua fase, enquanto o raio refletido pela superfície inferior mantém sua fase. As franjas escuras caracterizam regiões de interferência destrutiva. Desta forma, para que ocorra interferência destrutiva entre os raios refletidos pela cunha, devemos respeitar a condição: $\Delta x = P \cdot \frac{\lambda_V}{2}$ (1)

em que Δx corresponde a diferença de percurso entre o raios refletidos nas superfícies superior e inferior da cunha
P é um múltiplo par (P = 2m e m = 0,1,2,3...)
λ_V é o comprimento de onda da luz no interior do vidro.

A rigor, a inversão de fase também ocorre apenas para um dos raios no caso do meio ser mais refringente que o vidro, mantendo-se a formulação matemática acima.
A relação entre o comprimento de onda da luz no ar e no vidro é dada por:

$$\frac{\lambda_{AR}}{\lambda_V} = \frac{n_v}{n_{AR}} = \frac{n}{1} \Rightarrow \lambda_V = \frac{\lambda_{AR}}{n}$$

Na figura notamos que a diferença de percurso entre os raios refletidos (Δx) corresponde à soma a + b. Entretanto, **considerando pequenos valores de θ**, podemos dizer que a = b. Desta forma, a diferença de percursos $\Delta x = 2a$.
Ainda com base na figura, a relação entre o ângulo **θ**, **a** e **x** (múltiplo da distância **e**)é representada abaixo:

$$tg\theta = \frac{a}{x} = \frac{a}{m \cdot e}$$

Como o valor de θ é pequeno, podemos estabelecer a seguinte aproximação:

$$tg\theta \approx \theta = \frac{a}{m \cdot e} \Rightarrow a = \theta \cdot m \cdot e$$

Retornando a equação (1), temos:

$$\Delta x = 2a = 2m \cdot \frac{\lambda_V}{2} \Rightarrow 2 \cdot (\theta \cdot m \cdot e) = 2m \cdot \frac{\lambda}{2n} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{\lambda}{2ne}}$$

QUESTÃO 13

Uma carga q distribui-se uniformemente na superfície de uma esfera condutora, isolada, de raio R. Assinale a opção que apresenta a magnitude do campo elétrico e o potencial elétrico num ponto situado a uma distância $r = R/3$ do centro da esfera.

a) $E = 0$ V/m e $U = 0$ V

b) $E = 0$ V/m e $U = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{R}$

c) $E = 0$ V/m e $U = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{3q}{R}$

d) $E = 0$ V/m e $U = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{qr}{R^2}$

e) $E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{rq}{R^3}$ e $U = 0$ V

Resolução — Alternativa B

Para pontos internos de um condutor eletrizado, o campo elétrico é **nulo**:

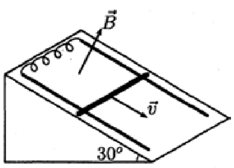
$$|\vec{E}| = 0 \text{ V/m}$$

O potencial elétrico para pontos internos de uma esfera eletrizada é igual ao potencial elétrico na sua superfície:

$$U = V_{SUP} = k \cdot \frac{q}{R} \Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q}{R}}$$

QUESTÃO 14

Uma haste metálica com 5,0 kg de massa e resistência de 2,0 Ω desliza sem atrito sobre duas barras paralelas separadas de 1,0 m, interligadas por um condutor de resistência nula e apoiadas em um plano de 30º com a horizontal, conforme a figura. Tudo encontra-se imerso num campo magnético $\vec{B}$, perpendicular ao plano do movimento, e as barras de apoio têm resistência e atrito desprezíveis. Considerando que após deslizar durante um certo tempo a velocidade da haste permanece constante em 2,0 m/s, assinale o valor do campo magnético.



a) 25,0 T b) 20,0 T c) 15,0 T d) 10,0 T e) 5,0 T

Resolução — Alternativa E

A medida que a haste metálica está descendo, o fluxo magnético através da região delimitada pelo circuito fechado está variando, assim teremos uma força eletromotriz induzida **(E)** na haste dada por:

$$E = B \cdot v \cdot L \Rightarrow \boxed{E = 2 \cdot B \quad (S.I.)} \quad (1)$$

Como a haste desce com velocidade constante, temos que a componente da força peso na direção paralela ao plano é igual a força magnética.

$$P_x = F_{Mag}$$
$$m \cdot g \cdot sen30^0 = B \cdot i \cdot L \cdot sen90^0$$
$$5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = B \cdot i \cdot 1 \quad (2)$$
$$\boxed{25 = B \cdot i}$$

Por outro lado, temos que a força eletromotriz está relacionada com a resistência da haste pela 1ª Lei de Ohm.

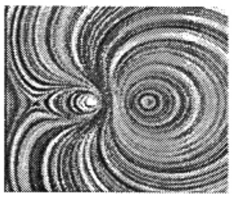
$$E = R \cdot i \Rightarrow E = 2 \cdot i$$

Dos resultados anteriores:

$$E = 2 \cdot i = 2 \cdot B \Rightarrow B = i \quad (\text{em valores numéricos} - \text{no S.I.})$$
$$\therefore 25 = B \cdot i \Rightarrow 25 = B^2 \Rightarrow \boxed{B = 5T}$$

QUESTÃO 15

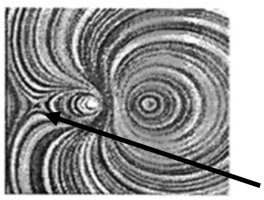
A figura representa o campo magnético de dois fios paralelos que conduzem correntes elétricas. A respeito da força magnética resultante no fio da esquerda, podemos afirmar que ela



a) atua para a direita e tem magnitude maior que a da força no fio da direita
b) atua para a direita e tem magnitude igual à da força no fio da direita
c) atua para a esquerda e tem magnitude maior que a da força no fio da direita
d) atua para a esquerda e tem magnitude igual à da força no fio da direita
e) atua para a esquerda e tem magnitude menor que a da força no fio da direita

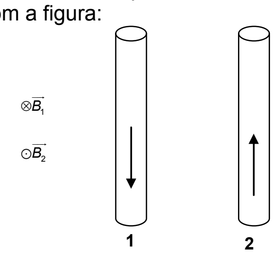
Resolução — Alternativa D

Podemos observar na figura um ponto onde o campo magnético é nulo. Devido a não continuidade das linhas de indução o campo é nulo em um ponto a esquerda do fio da esquerda.



Nesse ponto o campo magnético é nulo – Ponto de descontinuidade

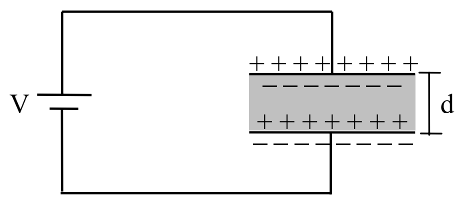
Com essa observação concluímos que a corrente nos fios tem sentidos opostos, de acordo com a figura:



Na figura acima se for trocado o sentido das correntes continuamos a ter os campos opostos na posição. Como temos fios paralelos com corrente em sentidos opostos, a força que atua entre eles é de repulsão e dessa forma, no fio da esquerda temos uma força atuando para esquerda. Em relação ao módulo da força de interação entre os fios, eles são iguais, de acordo com a 3ª Lei de Newton.

QUESTÃO 16

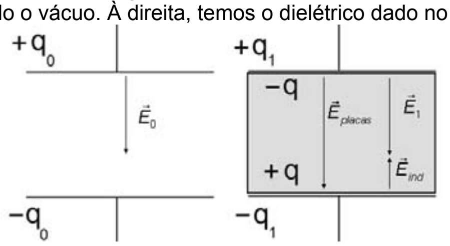
Na figura, o circuito consiste de uma bateria de tensão V conectada a um capacitor de placas paralelas, de área S e distância d entre si, dispondo de um dielétrico de permissividade elétrica $\in$ que preenche completamente o espaço entre elas. Assinale a magnitude da carga q induzida sobre a superfície do dielétrico.



a) $q = \varepsilon V d$ b) $q = \varepsilon S V / d$
c) $q = (\varepsilon - \varepsilon_0) V d$ d) $q = (\varepsilon - \varepsilon_0) S V / d$
e) $q = (\varepsilon + \varepsilon_0) S V / d$

Resolução **Alternativa D**

A figura mostra duas situações. À esquerda temos o capacitor com seu dielétrico sendo o vácuo. À direita, temos o dielétrico dado no enunciado:



Note que a introdução de um dielétrico entre as placas provoca um campo elétrico induzido $\vec{E}_{ind}$ (causado por uma carga q induzida no dielétrico) em sentido contrário ao campo $\vec{E}_{placas}$ gerado pelas placas.

Dessa forma, devido à presença do dielétrico, temos um o campo elétrico resultante de módulo $\vec{E}_1$, que equivale à sobreposição de dois campos elétricos no vácuo: um devido à carga q_1 e outro devido à carga q (induzida).

Para descobrirmos o valor desta carga q induzida na superfície do dielétrico, faremos uma análise da carga q_0 armazenada na armadura positiva do capacitor sem a presença do dielétrico e da carga q_1 armazenada na armadura positiva do capacitor com a presença do dielétrico. Em ambas as situações o capacitor está submetido à mesma ddp fornecida pela bateria. Logo:

$$V_0 = V_1 = V \Rightarrow E_0 \cdot d = E_1 \cdot d \Rightarrow E_0 = E_1$$

Aplicamos a Lei de Gauss na armadura positiva e no dielétrico para os dois casos:

$$\frac{E_0}{2} \cdot 2S = \frac{q_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow q_0 = \varepsilon_0 \cdot E_0 \cdot S \Rightarrow q_0 = \varepsilon_0 \cdot \frac{V}{d} \cdot S$$

$$\frac{E_1}{2} \cdot 2S = \frac{q_1}{\varepsilon} \Rightarrow q_1 = \varepsilon \cdot E_1 \cdot S \Rightarrow q_0 = \varepsilon \cdot \frac{V}{d} \cdot S$$

Daí, encontramos $q_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} q_0$ (1)

Note ainda que, para os campos elétricos no vácuo $\vec{E}_{placas}$ e $\vec{E}_{ind}$ que se sobrepõe, equivalendo a $\vec{E}_1$:

$$\frac{E_{placas}}{2} \cdot 2S = \frac{q_0}{\varepsilon_0} \text{ e } \frac{E_{ind}}{2} \cdot 2S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Pela figura temos:

$$E_1 = E_{placas} - E_{ind} \Rightarrow E_1 \cdot S = E_{placas} \cdot S - E_{ind} \cdot S \Rightarrow \frac{q_1}{\varepsilon} = \frac{q_1}{\varepsilon_0} - \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$q = q_1 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} \right) \quad (2)$$

Logo, substituindo (1) em (2):

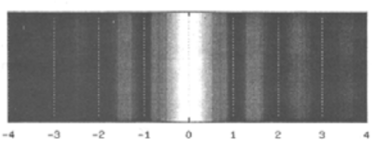
$$q = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} q_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} \right) = q_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)$$

Mas, $q_0 = \varepsilon \cdot \frac{V}{d} \cdot S$, portanto.

$$q = \frac{\varepsilon_0 \cdot S \cdot V}{d} \cdot \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right) \Rightarrow \boxed{q = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot \frac{S \cdot V}{d}}$$

QUESTÃO 17

Luz monocromática, com 500 nm de comprimento de onda, incide numa fenda retangular em uma placa, ocasionando a dada figura de difração sobre o anteparo a 10 cm de distância. Então, a largura da fenda é



unidades em cm

a) 1,25 μm b) 2,50 μm c) 5,00 μm d) 12,50 μm e) 25,00 μm

Resolução **Alternativa C**

Relação de mínimos para difração fenda única:

$$a \cdot sen\theta = m \cdot \lambda \text{ para m=1,2,3,... (Mínimos)}$$

Onde a é a largura da fenda, λ o comprimento da onda e θ o ângulo mostrado na figura.

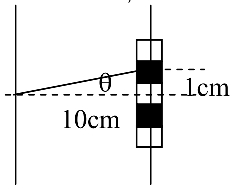
Para pequenos ângulos podemos fazer a seguinte aproximação:

$$sen\theta \approx tg\theta$$

Usando essa aproximação e fazendo **m=1** (1º mínimo) ficamos com:

$$a \cdot tg\theta = 1 \cdot \lambda = 500\ nm$$

Da figura do problema e observando que a distância entre o máximo central e o primeiro mínimo vale 1 cm, ficamos com:



Logo $tg\theta = \frac{1}{10}$, portanto:

$$a \cdot \frac{1}{10} = 5 \times 10^{-7} \Rightarrow a = 5 \times 10^{-6} m \Rightarrow \boxed{a = 5 \mu m}$$

QUESTÃO 18

Dentro de um elevador em queda livre num campo gravitacional g, uma bola é jogada para baixo com velocidade v de uma altura h. Assinale o tempo previsto para a bola atingir o piso do elevador.

a) $t = v / g$ b) $t = h / v$
c) $t = \sqrt{2h / g}$ d) $t = \left(\sqrt{v^2 + 2gh} - v \right) / g$
e) $t = \left(\sqrt{v^2 - 2gh} - v \right) / g$

Resolução **Alternativa B**

Quando a bola é lançada sua aceleração é a gravidade. Estando em queda livre, a aceleração do elevador é a gravidade. Logo a aceleração da bola em relação ao elevador é igual nula.

Considerando que o módulo da velocidade de lançamento da bola é **v** em relação ao elevador e tomando esse como referencial:

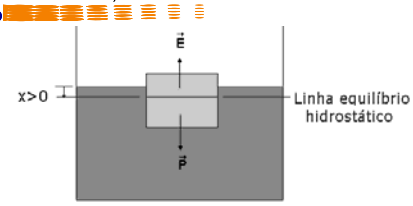
$$\Delta H = v \cdot t \Rightarrow h = v \cdot t \Rightarrow \boxed{t = h / v}$$

QUESTÃO 19

Um cubo de 81,0 kg e 1,00 m de lado flutua na água cuja massa específica é ρ =1000 kg/m^3. O cubo é então calcado ligeiramente para baixo e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa freqüência angular. Desprezando-se as forças de atrito e tomando g =10 m/s^2, essa freqüência angular é igual a

a) 100/9 rad/s. b) 1000/81 rad/s. c) 1/9 rad/s.
d) 9/100 rad/s. e) 81/1000 rad/s.

Resolução **Alternativa A**



No equilíbrio hidrostático, sendo $\vec{P}$ o peso do cubo e $\vec{E}$ o empuxo causado pela água:

$\vec{P} = \vec{E} \Rightarrow m = \rho V_e$, onde V_e é o volume do líquido deslocado, na condição de equilíbrio.

Quando o cubo é deslocado, de uma profundidade x em relação à situação de equilíbrio, a intensidade da força resultante $\vec{R} = \vec{P} + \vec{E}$ é dada por:

$$R = P - E = (m - \rho V_e - \rho a^2 x) g = -\rho a^2 x g,$$

onde a é a aresta da base do cubo.

Analogamente a um sistema massa-mola, em que a força resultante é função do deslocamento x e de uma constante K, temos:

$$R = -Kx \Rightarrow -\rho a^2 x g = -Kx \Rightarrow K = \rho a^2 g.$$

Nesse sistema, o período T é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}, \text{ onde M é a massa do cubo que oscila.}$$

E sua frequência angular ω é:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\rho a^2 g}{M}} = \sqrt{\frac{1000 \cdot 1^2 \cdot 10}{81}} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{100}{9} rad/s}$$

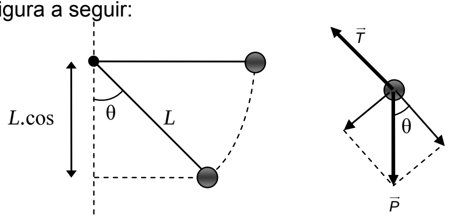
QUESTÃO 20

Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a

a) mg . b) $2mg$. c) $3mg$. d) $4mg$. e) $5mg$.

Resolução **Alternativa C**

O pêndulo, abandonado a partir do repouso da posição horizontal, descreverá um movimento de oscilação em torno da direção vertical. As forças que atuam na massa do pêndulo num ângulo θ arbitrário são indicadas na figura a seguir:



As forças que atuam na massa são a tração e o peso. Como a tração não realiza trabalho, já que atua sempre na direção perpendicular ao movimento, e o peso é uma força conservativa, podemos impor uma conservação da energia mecânica entre a posição inicial (fio na horizontal) e uma posição arbitrária (ângulo θ):

$$\frac{m\cdot 0^2}{2}+m\cdot|\vec{g}|\cdot L\cdot\cos\theta=\frac{m\cdot|\vec{v}|^2}{2}\Rightarrow|\vec{v}|^2=2\cdot|\vec{g}|\cdot L\cdot\cos\theta$$

A tração e a componente do peso na direção do fio são responsáveis por gerar uma força resultante de natureza centrípeta ao longo do fio:

$$|\vec{T}|-|\vec{P}|\cdot\cos\theta=\frac{m|\vec{v}|^2}{L}\Rightarrow|\vec{T}|=m\cdot|\vec{g}|\cdot\cos\theta+\frac{m\cdot(2\cdot|\vec{g}|\cdot L\cdot\cos\theta)}{L}\Rightarrow$$

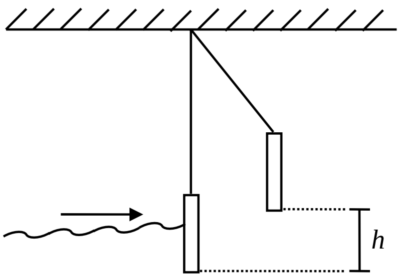
$$|\vec{T}|=3\cdot m\cdot|\vec{g}|\cdot\cos\theta$$

Assim, a tração terá seu valor máximo quando $\cos\theta=1$, isto é, para $\theta=0°$, que corresponde ao ponto mais baixo da trajetória semicircular do pêndulo. Nesse caso, o máximo valor da tração será dado por:

$$|\vec{T}_{máxima}|=3\cdot m\cdot|\vec{g}|$$

QUESTÃO 21

Um feixe de laser com energia E incide sobre um espelho de massa m dependurado por um fio. Sabendo que o momentum do feixe de luz laser é E/c, em que c é a velocidade da luz, calcule a que altura h o espelho subirá.

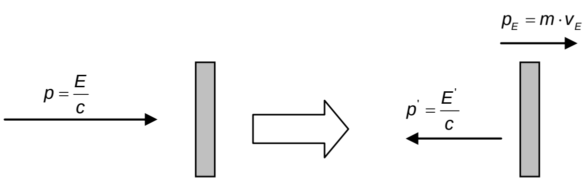


Resolução

A "colisão" entre o feixe de luz e o espelho satisfaz a duas leis de conservação:

A conservação do momento linear (quantidade de movimento)

Considerando que na reflexão uma parte do feixe será refletida pelo espelho, como na figura abaixo:



$$\vec{Q}_{inicial}=\vec{Q}_{final}\Rightarrow\frac{E}{c}=-\frac{E'}{c}+m\cdot v_E\quad(01)$$

Conservação da Energia

Parte da energia incidente (E) será transmitida ao espelho (energia cinética) e a outra parte está associada ao feixe refletido.

$$E=E'+\frac{m\cdot v_E^{\,2}}{2}\Rightarrow E'=E-\frac{m\cdot v_E^{\,2}}{2}\quad(02)$$

Substituindo (02) em (01) podemos determinar a velocidade adquirida pelo espelho.

$$\frac{E}{c}=-\frac{1}{c}\cdot\left(E-\frac{m\cdot v_E^{\,2}}{2}\right)+m\cdot v_E$$

Simplificando a equação acima, chegamos à seguinte equação do 2º grau:

$$v_E^{\,2}+2\cdot c\cdot v_E-\frac{4E}{m}=0$$

As raízes são:

$$v_E=-c\pm\sqrt{c^2+\frac{4E}{m}}$$

Como a velocidade do espelho tem a mesma direção do feixe inicial (positiva), ficamos com:

$$v_E=\sqrt{c^2+\frac{4E}{m}}-c\quad(03)$$

Na subida do espelho, sua energia cinética será convertida em energia potencial gravitacional, assim:

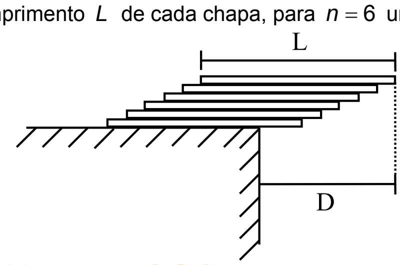
$$E_{CIN}=E_{PG}\Rightarrow\frac{m\cdot v_E^{\,2}}{2}=m\cdot g\cdot h\Rightarrow h=\frac{1}{2\cdot g}v_E^{\,2}\quad(04)$$

Como resposta final, substituímos o resultado em (03) no resultado em (04).

$$\boxed{h=\frac{1}{2\cdot g}\left(\sqrt{c^2+\frac{4E}{m}}-c\right)^2}$$

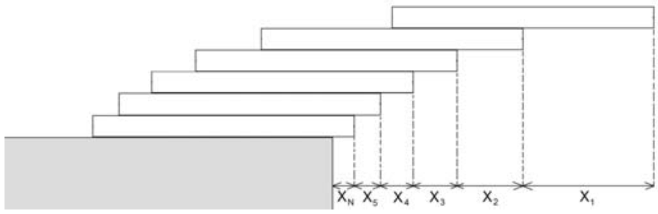
QUESTÃO 22

Chapas retangulares rígidas, iguais e homogêneas, são sobrepostas e deslocadas entre si, formando um conjunto que se apóia parcialmente na borda de uma calçada. A figura ilustra esse conjunto com n chapas, bem como a distância D alcançada pela sua parte suspensa. Desenvolva uma fórmula geral da máxima distância D possível de modo que o conjunto ainda se mantenha em equilíbrio. A seguir, calcule essa distância D em função do comprimento L de cada chapa, para $n=6$ unidades.



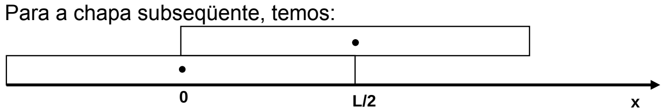
Resolução

Para que não haja desabamento, o centro de massa das chapas que estão por cima deve ficar sobre a extremidade da chapa de baixo, começando desde a primeira chapa superior até a última chapa, encostada na borda da calçada.



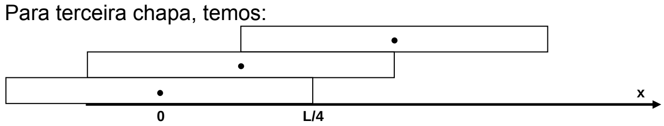
Desse modo, para a chapa superior, temos: $x_1=L/2$

Para a chapa subseqüente, temos:



$$x_2=\frac{m\cdot 0+m\cdot L/2}{m+m}=\frac{L}{4}$$

Para terceira chapa, temos:



$$x_3=\frac{m\cdot 0+2m\cdot\frac{L}{4}}{m+m+m}=\frac{L}{6}$$

Por Indução, podemos escrever que para n chapas: $x_n=\frac{L}{2n}$

Logo, a fórmula geral para a distância máxima no empilhamento de n tábuas é:

$$D_n = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n = \frac{L}{2} + \frac{L}{4} + \frac{L}{6} + ... + \frac{L}{2n} = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}\right)$$

Para o empilhamento de 6 chapas, temos:

$$D_6 = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{L}{2}\left(\frac{60+30+20+15+12+10}{60}\right) = \frac{147}{120}L$$

$$\boxed{D_6 = 1{,}225 \cdot L}$$

QUESTÃO 23

Em 1998, a hidrelétrica de Itaipu forneceu aproximadamente 87600 GWh de energia elétrica. Imagine então um painel fotovoltaico gigante que possa converter em energia elétrica, com rendimento de 20%, a energia solar incidente na superfície da Terra, aqui considerada com valor médio diurno (24h) aproximado de 170 W/m^2. Calcule:

a) a área horizontal (em km^2) ocupada pelos coletores solares para que o painel possa gerar, durante um ano, energia equivalente àquela de Itaipu, e,

b) o percentual médio com que a usina operou em 1998 em relação à sua potência instalada de 14000 MW.

Resolução

a) A intensidade da energia solar é I_{Sol} = 170 W/m^2

Portanto, a potência solar útil sobre a superfície será:

$$P_{Sol} = I_{Sol} \cdot A \Rightarrow P_{Sol} = 0{,}2 \cdot 170 \cdot A_{coletor} \text{ (rendimento de 20\%)}$$

No ano, temos $\Delta E = 87600$ GWh.

Como $\Delta t = 1\,ano = 24 \cdot 365 = 8760\,h$, então:

$$P_{Sol} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{87600 \cdot 10^9\ Wh}{8760\ h} = 10^{10}\,W$$

Assim,

$$0{,}2 \cdot 170 \cdot A_{coletor} = 10^{10} \Rightarrow A_{coletor} = 2{,}94 \cdot 10^8\,m^2 \Rightarrow \boxed{A_{coletor} = 294\ km^2}$$

b) Em relação à potência instalada temos a seguinte porcentagem de utilização:

$$\frac{P_{Operada}}{P_{Instalada}} = \frac{10^{10}\ W}{1{,}4 \cdot 10^{10}\ W} = 0{,}714 \text{ ou } 71{,}4\%$$

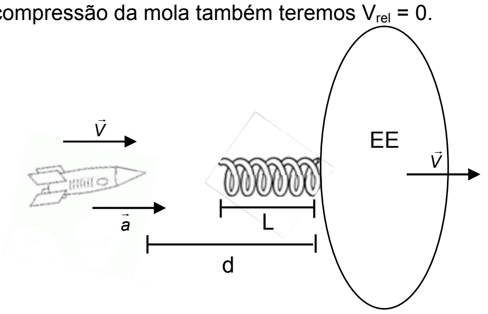
QUESTÃO 24

Num filme de ficção, um foguete de massa m segue uma estação especial, dela aproximando-se com aceleração relativa a. Para reduzir o impacto do acoplamento, na estação existe uma mola de comprimento L e constante k. Calcule a deformação máxima sofrida pela mola durante o acoplamento sabendo-se que o foguete alcançou a mesma velocidade da estação quando dela se aproximou de uma certa distância $d > L$, por hipótese em sua mesma órbita.

Resolução

Consideraremos para a resolução que a estação espacial pode ser considerado um referencial inercial.

No momento em que a distância entre a estação espacial e o foguete for **d** (d > L), a velocidade relativa entre eles será zero (V_{rel} = 0). E no momento de máxima compressão da mola também teremos V_{rel} = 0.



Assim teremos, pelo teorema da energia cinética:

$$\Delta E_c = \tau_{res} = 0$$

Pelo enunciado não se sabe ao certo o comportamento da aceleração. Assumiremos que a aceleração, que no instante inicial apresenta módulo *a*, é causada por uma força constante que atua sobre o foguete.

Ainda propomos duas hipóteses possíveis, devido à falta de clareza em relação ao comportamento do foguete após este momento inicial:

1) A força aplicada no foguete é mantida até a compressão máxima da mola (situação mais próxima das informações do enunciado).

2) A força aplicada no foguete é cessada em algum momento ao longo da aproximação (calcularemos qual é a compressão no caso dessa força ser interrompida no contato com a mola).

De acordo com a **primeira hipótese possível**, teremos:

$$\tau_{res} = \tau_F + \tau_{mola} = F \cdot \left[d - (L - x)\right] - \frac{k \cdot x^2}{2} = 0$$

Mas a força aplicada apresenta módulo dado por $F = m \cdot a$ e portanto:

$$ma \cdot \left[d - (L - x)\right] - \frac{k \cdot x^2}{2} = 0 \Rightarrow k \cdot x^2 - 2ma \cdot x - 2ma(d - L) = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$$x = \frac{m \cdot a \pm \sqrt{m^2a^2 + 2kma(d - L)}}{k}$$

Como no momento da deformação máxima:

$Fel = k.x > F = ma$ temos que a raiz válida é:

$$\boxed{x = \frac{m.a + \sqrt{m^2a^2 - 2.k.m.a.(d - L)}}{k}}$$

De acordo com a **segunda hipótese possível**, assumiremos que a aceleração $\vec{a}$ atuaria somente até contato com a mola. Assim, nesse deslocamento inicial (d – L), em relação à estação espacial:

$$V_F{}^2 = V_0 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow V_F{}^2 = 2 \cdot a \cdot (d - L)$$

A partir deste momento, o foguete fica sujeito apenas à força da mola.

Por conservação de energia, temos:

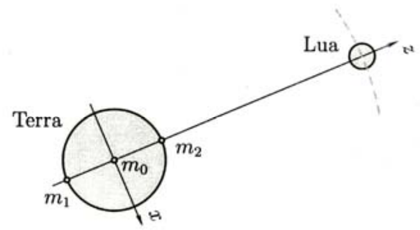
$$\frac{m \cdot V_F{}^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{m \cdot V_F{}^2}{k} = \frac{m \cdot 2 \cdot a \cdot (d - L)}{k}$$

Desta forma,

$$\boxed{x = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot a \cdot (d - L)}{k}}}$$

QUESTÃO 25

Lua e Sol são os principais responsáveis pelas forças de maré. Estas são produzidas devido às diferenças na aceleração gravitacional sofrida por massas distribuídas na Terra em razão das respectivas diferenças de suas distâncias em relação a esses astros. A figura mostra duas massas iguais, $m_1 = m_2 = m$, dispostas sobre a superfície da Terra em posições diametralmente opostas e alinhadas em relação à Lua, bem como uma massa $m_o = m$ situada no centro da Terra. Considere G a constante de gravitação universal, M a massa da Lua, r o raio da Terra e R a distância entre os centros da Terra e da Lua. Considere, também, f_{0z}, f_{1z} e f_{2z} as forças produzidas pela Lua respectivamente sobre as massas m_0, m_1 e m_2. Determine as diferenças (f_{1z} - f_{0z}) e (f_{2z} - f_{0z}) sabendo que deverá usar a aproximação $\frac{1}{(1+x)^\alpha} = 1 - \alpha x$, quando x <<1.



Resolução

Dos dados do enunciado e da aproximação sugerida, podemos escrever f_{0z}, f_{1z} e f_{2z} como:

$$f_{0z} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$f_{1z} = \frac{GMm}{(R+r)^2} = \frac{GMm}{R^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2} = \frac{GMm}{R^2} \cdot \left(1 - \frac{2r}{R}\right)$$

$$f_{2z} = \frac{GMm}{(R-r)^2} = \frac{GMm}{R^2} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{r}{R}\right)^2} = \frac{GMm}{R^2} \cdot \left(1 + \frac{2r}{R}\right).$$

Assim:

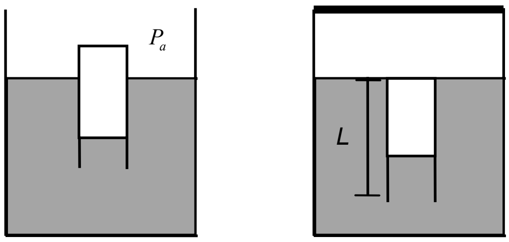
$$\boxed{f_{1z} - f_{0z} = \frac{GMm}{R^2} \cdot \left(1 - \frac{2r}{R} - 1\right) = -\frac{2rGMm}{R^3}} \text{ e } \boxed{f_{2z} - f_{0z} = \frac{GMm}{R^2} \cdot \left(1 + \frac{2r}{R} - 1\right) = \frac{2rGMm}{R^3}}$$

QUESTÃO 26

Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa *m*, comprimento *L* e área de seção transversal *A*. Sendo *g* a aceleração da gravidade, ρ a massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:

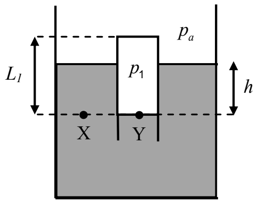
a) o comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica P_a, e

b) o comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado possibilite uma posição de equilíbrio em que o topo do tubo se situe no nível da água (ver figura).



Resolução

a)



Ao ser emborcado na água, o ar aprisionado no tubo sofre uma transformação isotérmica (temperatura constante). Inicialmente, o ar se encontrava à pressão atmosférica p_a e ocupava todo o volume do tubo ($V_0 = A \cdot L$), e posteriormente, tendo seu volume reduzido para $V_1 = A \cdot L_1$, sua pressão passa a um novo valor p_1. Pela Lei Geral dos Gases Perfeitos, temos:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{p_a \cdot (A \cdot L)}{T_0} = \frac{p_1 \cdot (A \cdot L_1)}{T_0} \Rightarrow p_1 = \frac{L}{L_1} p_a$$

Para que o recipiente fique em equilíbrio nessa posição, seu peso deve ser equilibrado pelo empuxo aplicado pela água (desprezando o peso da massa do ar contido no recipiente), logo:

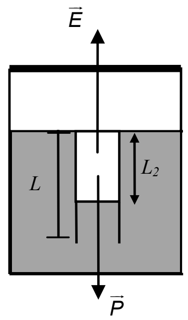
$$|\vec{P}| = |\vec{E}| \Rightarrow m \cdot |\vec{g}| = \rho \cdot |\vec{g}| \cdot (A \cdot h) \Rightarrow h = \frac{m}{\rho \cdot A}$$

Por outro lado, num mesmo nível horizontal de um mesmo líquido em repouso, a pressão é a mesma. Assim, igualando as pressões nos pontos X e Y da figura, temos:

$$p_A = p_B \Rightarrow p_a + \rho \cdot |\vec{g}| \cdot h = p_1 \Rightarrow p_a + \rho \cdot |\vec{g}| \cdot \frac{m}{\rho \cdot A} = \frac{L}{L_1} p_a \Rightarrow$$

$$\boxed{L_1 = \frac{p_a \cdot A \cdot L}{p_a \cdot A + m \cdot |\vec{g}|}}$$

b)

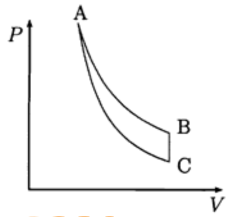


Na segunda situação, novamente desprezando o peso da massa de ar aprisionada no tubo, o equilíbrio é atingido impondo a igualdade entre as intensidades do peso do tubo e o empuxo aplicado pela água:

$$|\vec{P}| = |\vec{E}| \Rightarrow m \cdot |\vec{g}| = \rho \cdot |\vec{g}| \cdot (A \cdot L_2) \Rightarrow \boxed{L_2 = \frac{m}{\rho \cdot A}}$$

QUESTÃO 27

Três processos compõem o ciclo termodinâmico ABCA mostrado no diagrama P x V da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante com decréscimo de 40 J de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho total realizado pelo sistema é de 30 J, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.



Resolução

Processo AB: Como a temperatura é constante não há variação na energia interna, da 1ª lei da Termodinâmica, temos: $\tau_{AB} = Q_{AB}$

Processo BC: Como o volume permaneceu constante, não há trabalho realizado pelo gás neste trecho. Logo: $\tau_{BC} = 0$

Processo CA: Nesse processo, o gás sofre um trabalho de 40 J, ou seja:

$$\tau_{CA} = -40J$$

Ciclo ABCA: O Trabalho no ciclo é a soma dos trabalhos em cada processo do ciclo:

$$\tau_{TOTAL} = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CA} \Rightarrow 30 = Q_{AB} + 0 + (-40) \Rightarrow Q_{AB} = 70J$$

OBS.: No processo BC há diminuição de energia interna (diminuição da temperatura), com $\Delta U_{BC} = -40J$. Já no processo CA, o gás volta a qual pertencem os pontos A e B.

Logo, $\Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} = -\Delta U_{CA} = 40J$.

Como no processo CA não houve troca de calor (adiabático), da 1ª Lei da Termodinâmica, temos $\tau_{CA} = -\Delta U_{CA} = -40J$ e portanto não seria necessário que o enunciado mencionasse o trabalho sofrido pelo gás na transformação CA.

QUESTÃO 28

Três esferas condutoras, de raio a e carga Q, ocupam os vértices de um triângulo eqüilátero de lado $b >> a$, conforme mostra a figura (1). Considere as figuras (2), (3) e (4), em que, respectivamente, cada uma das esferas se liga e desliga da Terra, uma de cada vez. Determine, nas situações (2), (3) e (4), a carga das esferas Q_1, Q_2 e Q_3, respectivamente, em função de a, b e Q.

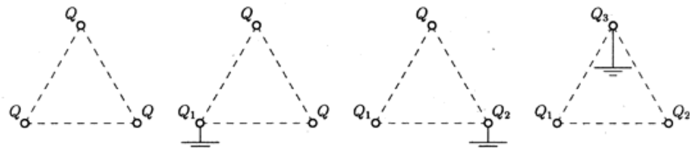


Fig. (1) Fig. (2) Fig. (3) Fig. (4)

Resolução

A esfera que fica em contato com a Terra entra em equilíbrio eletrostático com esta e, portanto, deve apresentar potencial resultante nulo. Lembrando que o potencial resultante da esfera é a soma algébrica do potencial gerado pela sua própria carga em sua superfície com os potenciais gerados pelas outras duas cargas externas, temos que, para o primeiro contato **(situação 2)**, é válido:

$$V_1 = V_{11} + V_{12} + V_{13} = 0 \Rightarrow \frac{kQ_1}{a} + \frac{kQ}{b} + \frac{kQ}{b} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_1 = -\frac{2Qa}{b}}$$

Para segundo contato **(situação 3)**, temos o potencial da esfera 2 dado por:

$$V_2 = V_{21}' + V_{22}' + V_{23}' = 0 \Rightarrow \frac{kQ_1}{b} + \frac{kQ_2}{a} + \frac{kQ}{b} = 0 \Rightarrow Q_2 = -\frac{a}{b}(Q + Q_1)$$

De acordo com Q_1 da situação anterior, temos:

$$\boxed{Q_2 = -Q \cdot \frac{a}{b}\left(1 - \frac{2a}{b}\right)}$$

Finalmente, para o terceiro contato **(situação 4)**, temos o potencial da esfera 3 dado por:

$$V_3 = V_{31}'' + V_{32}'' + V_{33}'' = 0 \Rightarrow \frac{kQ_1}{b} + \frac{kQ_2}{b} + \frac{kQ_3}{a} = 0 \Rightarrow Q_3 = -\frac{a}{b}(Q_1 + Q_2)$$

De acordo com Q_1 e Q_2 das situações anteriores, temos:

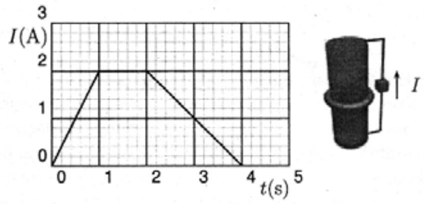
$$Q_3 = -\frac{a}{b}\left[-\frac{2Qa}{b} - \frac{Qa}{b}\left(1 - \frac{2a}{b}\right)\right] = Q\frac{a^2}{b^2}\left(2 + 1 - \frac{2a}{b}\right)$$

Logo:

$$\boxed{Q_3 = Q\frac{a^2}{b^2}\left(3 - \frac{2a}{b}\right)}$$

QUESTÃO 29

Um longo solenóide de comprimento L, raio a e com n espiras por unidade de comprimento, possui ao seu redor um anel de resistência R. O solenóide está ligado a uma fonte de corrente I, de acordo com a figura. Se a fonte variar conforme mostra o gráfico, calcule a expressão da corrente que flui pelo anel durante esse mesmo intervalo de tempo e apresente esse resultado em um novo gráfico.



Resolução

O campo magnético criado no interior do solenóide em função da corrente que o percorre é dada por:

$$|\vec{B}| = \mu \cdot n \cdot I$$

Conseqüentemente, o fluxo magnético a que o anel está submetido é dado por:

$$\Phi = |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos 0° = (\mu \cdot n \cdot I) \cdot \pi \cdot a^2$$

A força eletromotriz induzida no anel é dada pela Lei da Faraday:

$$\varepsilon_{IND} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\pi \cdot \mu \cdot n \cdot a^2 \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Assim, a corrente induzida no anel é dada por:

$$\varepsilon_{IND} = R \cdot i_{IND} \Rightarrow i_{IND} = -\frac{\pi \cdot \mu \cdot n \cdot a^2}{R} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Pelo gráfico, temos as variações temporais da corrente no solenóide em cada intervalo, e assim determinamos a corrente induzida em cada caso:

a) Para $0\ s \le t \le 1\ s$:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2-0}{1-0} = 2\ A/s \Rightarrow \boxed{i_{IND} = -\frac{2\pi \cdot \mu \cdot n \cdot a^2}{R}}$$

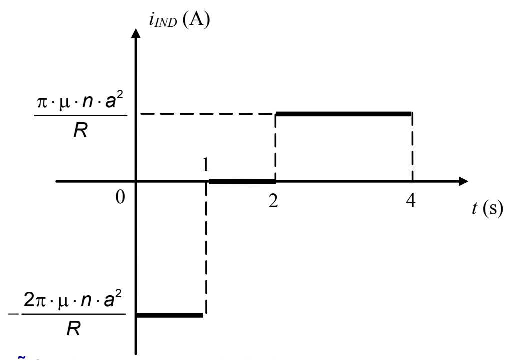
b) Para $1\ s \le t \le 2\ s$:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2-2}{2-1} = 0\ A/s \Rightarrow \boxed{i_{IND} = 0}$$

c) Para $2\ s \le t \le 4\ s$:

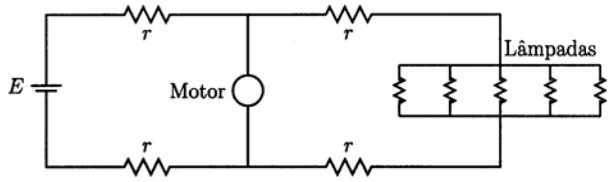
$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0-2}{4-2} = -1\ A/s \Rightarrow \boxed{i_{IND} = \frac{\pi \cdot \mu \cdot n \cdot a^2}{R}}$$

O gráfico correspondente ao intervalo total de 0 s a 4 s está esboçado a seguir:



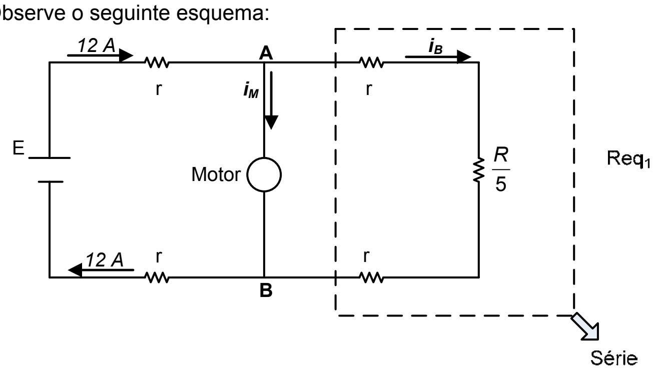
QUESTÃO 30

Considere um circuito constituído por um gerador de tensão E = 122,4 V, pelo qual passa uma corrente I = 12 A, ligado a uma linha de transmissão com condutores de resistência r = 0,1 Ω. Nessa linha encontram-se um motor e uma carga de 5 lâmpadas idênticas, cada qual com resistência R = 99 Ω, ligadas em paralelo, de acordo com a figura. Determinar a potência absorvida pelo motor, P_M, pelas lâmpadas, P_L, e a dissipada na rede, P_r.



Resolução

Observe o seguinte esquema:



Inicialmente vamos determinar a queda de tensão em cada condutor de resistência r ligados em série à fem **E** e percorridos pela corrente elétrica total(**i_T**) de intensidade 12 A. Desta forma, temos:

$$U_r = r \cdot i_T = 0{,}1 \cdot 12 = 1{,}2V$$

A ddp entre os pontos A e B é a ddp sobre o motor (**U_M**). Ela é obtida pela diferença entre a fem E = 122,4 V e a queda de potencial sobre os dois condutores de resistência r, ou seja:

$$U_{AB} = U_M = E - 2 \cdot 1{,}2 = 122{,}4 - 2{,}4 = 120V$$

Notamos ainda que entre os pontos A e B encontramos uma associação em série formada por 2 condutores de resistência r mais 5 lâmpadas ligadas em paralelo. Desta forma, a resistência equivalente desta associação é dada por:

$$Req_1 = r + r + \frac{R}{5} \Rightarrow Req_1 = 0{,}1 + 0{,}1 + \frac{99}{5} \Rightarrow Req_1 = 20\Omega$$

A intensidade da corrente elétrica que flui por essa associação (**i_B**) será:

$$U_{AB} = Req_1 \cdot i \Rightarrow i_B = \frac{U_{AB}}{R_{EQ}} = \frac{120}{20} = 6A$$

Aplicando a 1°Lei de Kirchhoff ao nó A podemos obter a intensidade da corrente elétrica (**i_M**) no motor. Assim, temos:

$$i_T = i_M + i_B \Rightarrow i_M = 12 - 6 = 6A$$

De posse dessa corrente podemos obter a potência elétrica absorvida pelo motor (**P_M**). Vejamos:

$$P_M = i_M \cdot U_M = 6 \cdot 120 \Rightarrow \boxed{P_M = 720W}$$

O conjunto de 5 lâmpadas em paralelo, cuja resistência (**R_L**) vale $\frac{99}{5}\Omega$ é percorrido pela corrente elétrica de intensidade **i_B** = 6A. A partir desses resultados, podemos obter a potência elétrica dissipada pelas lâmpadas (**P_L**) , ou seja:

$$P_L = R_L \cdot {i_B}^2 \Rightarrow P_L = \frac{99}{5} \cdot 6^2 \Rightarrow \boxed{P_L = 712{,}8W}$$

A potência total gerada é dada por:

$$P_{TOTAL} = i_T \cdot E = 12 \cdot 122{,}4 = 1468{,}8W$$

A potência elétrica dissipada na rede (**P_r**) é dada pela diferença entre a potência elétrica total gerada e a potência absorvida pelo motor mais a das lâmpadas. Desta forma, temos:

$$P_r = P_{TOTAL} - P_M - P_L = 1468{,}8 - 720 - 712{,}8 \Rightarrow \boxed{P_r = 36W}$$